**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ДАГЕСТАН**

**МКУ «УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МАХАЧКАЛЫ»**

**МБОУ «ЛИЦЕЙ №22»**

**Съезд ассоциации учителей математики:**

**«Пути повышения качества школьного математического образования Республики Дагестан»**

**«Формирование у учащихся умений и навыков решения задач с параметрами»**

***Спикер - Абдурахманова Зумруд Магомедалиевна,***

***учитель математики МБОУ «Лицей №39», город Махачкала,***

 ***обладатель Гранта Президента РФ « Лучший учитель,***

***использующий инновационные технологии».***

***Махачкала, 2017г***

***Цели и задачи:***

*1) оказание практической помощи учителям математики в решении задач с параметрами;*

*2) создание банка методических материалов, которые могут быть использованы учителями в практической деятельности;*

*3) повышение педагогического и методического мастерства, развитие и поддержка новых технологий в организации образовательного процесса;*

*4) обмен педагогическим опытом.*

***План мастер-класса:***

1. *Вступительное слово.*
2. *Уравнения первой степени и их системы.*
3. *Квадратное уравнение  ax2+bx+c = 0 (a≠0).*
4. *Решение одной задачи разными методами.*
5. *ЗАДАЧА из ЕГЭ 2017г (резерв)*

*Здравствуйте,* уважаемые коллеги, я Абдурахманова Зумруд Магомедалиевна, учитель математики лицея №39 города Махачкалы. Тема моего мастер-класса: «Задачи с параметрами (от простого к сложному)».

*За последние* два года только 20% выпускников [школ](http://pandia.ru/text/category/srednie_shkoli/) смогли приступить и частично выполнить задания с параметрами. Поэтому данная тема достаточно актуальна.

*Задачи с параметрами* традиционно считаются наиболее трудными. Это связано с тем, что часто они являются исследовательскими, то есть при их решении надо не просто применить те или иные формулы, а найти те значения параметра, при которых выполнено некоторое условие для корней.

*Единого «рецепта*» решения задач с параметром не существует. Как это обычно бывает, задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

- чисто алгебраический способ решения;

- способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;

- функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

 *Методически* было бы правильно каждый пройденный тип уравнений (неравенств) завершать задачами с использованием параметра. Во - первых, школьнику трудно привыкнуть к параметру за два-три занятия – нужно время; во-вторых, использование подобных задач улучшает закрепление пройденного материала; в-третьих, оно способствует развитию его математической и логической культуры, а также развитию интереса к математике, поскольку открывает перед ним новые методы и возможности для самостоятельного поиска.

*Задачи с параметрами* можно и нужно использовать уже начиная с линейных и квадратных уравнений и неравенств. Это могут быть задачи нахождения решений в общем виде, определения корней, удовлетворяющих каким-либо свойствам, исследования количества корней в зависимости от значений параметра. Так сделано в «Сборнике задач по алгебре для 8-9 классов», 1994 г. (авторы: М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич). Очень важно, чтобы школьники уже на первых простых примерах усвоили: во- первых, необходимость аккуратного обращения с параметром – фиксированным, но неизвестным числом, во-вторых, что запись ответа существенно отличается от записи ответов аналогичных уравнений и неравенств без параметра.

***Уравнения первой степени и их системы.***

*Уравнение вида* $a∙x=b $*c переменной х
имеет единственное решение при* $a\ne 0;  $ *имеет бесконечное множество решений при* $a=b=0;   $ *не имеет решений при* $a=0, b$$\ne 0.$

$Пусть $*коэффициенты системы уравнений*$$\left\{\begin{array}{c}ax+by=c,\\a\_{1}x+b\_{1}y=c\_{1;}\end{array}отличны от нуля.      \right.  $$

 *Тогда: 1) чтобы система имела единственное решение, необходимо и достаточно выполнение условия* $\frac{a}{a\_{1}}\ne \frac{b}{b\_{1}};$ *2) чтобы система имела бесконечно много решений, необходимо и достаточно выполнение условия* $\frac{a}{a\_{1}}=\frac{b}{b\_{1}}$ *=* $\frac{с}{с\_{1}}$*;
3) чтобы система не имела решений, необходимо и достаточно выполнение условия* $\frac{a}{a\_{1}}=\frac{b}{b\_{1}}$ *≠* $\frac{с}{с\_{1}}$*.*

***Пример***

*Для каждого значения параметра решить уравнение a(a-2) x = 2 − a.*

*Решение. Контрольными являются значения параметра , при которых выражение a(a-2) = 0, т.е. a = 0 и a = 2.*

*При a(a-2) ≠ 0 можно найти x, поделив обе части уравнения на множитель a(a-2) . Получим Х= -* $\frac{1}{a} $*.*

*При a = 0 левая часть уравнения равна нулю, а правая нет. Следовательно, уравнение при a = 0 не имеет решения.*

*При a = 2 обе части уравнения при любом значении x равны нулю. Поэтому любое x∈R есть решение.*

***Ответ:*** *x∈R, eсли a=2; решений нет, если a = 0;*

 *Х= -* $\frac{1}{a}$ *, если a≠ 0и a≠2.*

***Квадратное уравнение  ax2+bx+c = 0 (a≠0).***

*- имеет два различных положительных корня тогда и только тогда, когда*

* или *

 *- имеет корни разных знаков тогда и только тогда, когда*

 *х1·х2<0 ⟺* $\frac{с}{a}$ *< 0 ⟺* $ac<0 ⟺ a ·f\left(a\right)<0.$

*- имеет один корень внутри интервала (M;A), а другой вне этого интервала тогда и только тогда, когда f(M)∙f(A)<0.*

**

*- имеет различные корни x1<M<A<x2 тогда и только тогда, когда* $\left\{\begin{array}{c}a·f(M)<0\\a·f(A)<0\end{array}\right.$

**

***Пример:*** *При каких m все корни уравнения* $x^{2 }$*- (3m +1)x +(2*$m^{2}$*+4m-6)=0 больше 1.*

*Решение:* $\left\{\begin{array}{c}D\geq 0\\x\_{0}>1\\f\left(1\right)>0\end{array}\right.$ *⬄*$\left\{\begin{array}{c}(3m+1)^{2   }-4(2m^{2   }+4m-6)\geq 0\\\frac{1}{2}\left(3m+1\right)>1\\1-\left(3m+1\right)+\left(2m^{2}+4m-6\right)>0\end{array}\right.$

*⬄*$\left\{\begin{array}{c}(m-5)^{2  }\geq 0\\m>\frac{1}{3}\\\left(2m-3\right)\left(m+2\right)>0\end{array}\right.\left\{\begin{array}{c}\begin{array}{c}m\in (-\infty ;\infty )\\m\in (\frac{1}{3};\infty )\\m\in \left(-\infty ;-2\right)∪\left(\frac{3   }{2}  ;\infty \right),\end{array}\\\end{array}\right.$

$получаю m\in (\frac{3}{2}$*;*$\infty ).$

***Решение одной задачи разными методами***

*Найти все значения параметра a, при каждом из которых модуль разности корней уравнения x2 – 6x+ 12 + a2 – 4a = 0 принимает наибольшее возможное значение.*

***Решение:*** *Пусть x1 и x2 - корни данного уравнения. Традиционное решение задачи состоит в вычислении наибольшего значения функции*

*f(a) = |x1 – x2|,  то есть функции,*

*f(a) =2*$\sqrt{-3+4a- a^{2}}$ *= 2*$\sqrt{1- \left(a-2\right)^{2}}$*, равного, очевидно, 2 при a = 2.*

*Ответ: 2*

***Второе решение:***

*Выделим полные квадраты в левой части уравнения и перепишем его в виде (x – 3)2 + (a– 2)2 = 1.*

*Полученное уравнение является уравнением окружности в системе координат aОx, а корни данного уравнения равны абсциссам точек пересечения окружности и прямой, параллельной оси абсцисс. Расстояние между этими точками максимально, если они являются концами диаметра окружности, равного 2.*

***ЗАДАЧА из ЕГЭ 2017г (резерв)***

**

***Второе решение:*** **

**Задача для самостоятельного решения:** Найти все значения a при каждом из которых наименьшее значение функции

f(x)=4ax+|x2-6x+5|  больше, чем -24

На сегодня на этом все. Удачи вам! А напоследок случай из жизни Сократа о значимости некоторых параметров.

**Прохожий спросил философа Сократа:**
— Сколько часов пути до города?
Сократ ответил:
— Иди…
Путник пошел, и, когда он прошел двадцать шагов, Сократ крикнул:
— Два часа!
— Что же ты мне сразу не сказал? — возмутился тот.
— А откуда я знал, с какой скоростью ты будешь идти?!